

22 Prenos tepla konvekciou (prúdením)

Prenos tepelnej energie prúdením tekutiny sa nazýva *konvekcia*. Vo všeobecnosti sa tým nemyslí len prenos tepla objemovým prúdom tekutiny (advekcia), ale zároveň aj súčasný prenos tepla vedením (tepelnou difúziou) prebiehajúci v pohybujúcom sa objeme tekutiny najmä v blízkosti steny účinkom gradientov teploty.

Ak prúdenie tekutiny pri prenose tepla spôsobujú len vztlakové sily vyvolané rozdielnymi mernými hmotnosťami teplej a studenej tekutiny v gravitačnom poli, potom sa takáto konvekcia nazýva *voľná (prírodná)*. Ak pohyb tekutiny vyvolávajú vonkajšie sily (od čerpadla, ventilátora a pod.) potom je to konvekcia *nútená (umelá)*. Prenos tepla spojený s varom a kondenzáciou tekutín sa tiež zaraďuje do kategórie tepelnej konvekcie.

Už priamo z názvu vyplýva, že tento typ prenosu tepla úzko súvisí s teóriou prúdenia a je pochopiteľné, že táto kapitola nadväzuje na teóriu a numerickú analýzu dynamiky tekutín. Opäť je treba rozlišovať laminárne a turbulentné prúdenie, nedá sa vyhnúť významnej úlohe medznej vrstvy a, samozrejme, do výpočtového procesu sa už teraz okrem rovnice kontinuity a pohybových rovníc zapája aj rovnica energie.

I keď nás zaujíma predovšetkým aplikácia numerických metód CFD na riešenie základných diferenciálnych rovníc prúdenia s konvektívnym prenosom tepla, je užitočné sa aspoň trochu zoznámiť so základným postupom približného riešenie jednoduchších úloh pomocou analyticko-experimentálne určených korelácií platných pre tento spôsob prenosu tepla. Je to vhodný úvod do tejto problematiky a príležitosť zopakovať si základné pojmy z tejto oblasti.

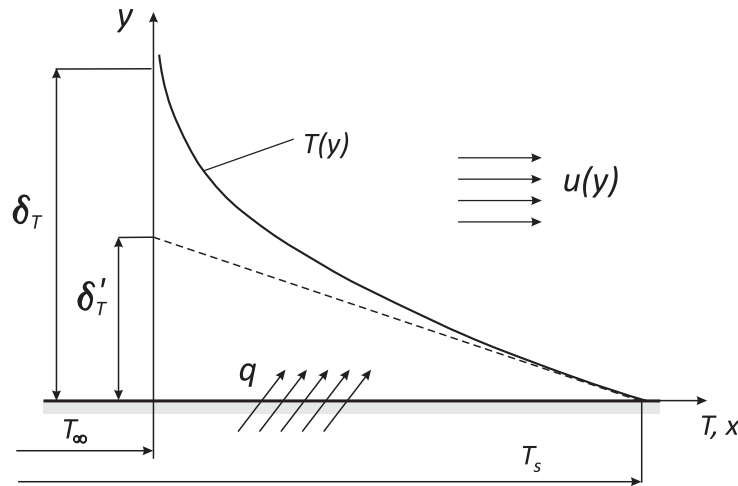
Pri konvekcii je bežné, že veľký počet nezávislých premenných sa v analyticko-experimentálnych vzťahoch redukuje pomocou bezrozmerných podobnostných čísiel. Dôležitou charakteristikou samotného prúdenia je Reynoldsovo číslo [D19], ktoré vyjadruje pomer medzi zotrvačnými a viskóznymi silami

$$Re = \frac{\rho u L}{\mu} = \frac{u L}{\nu} \quad [-] \quad (22.1)$$

kde ρ [kg] je hustota tekutiny, u [m/s] je charakteristická rýchlosť prúdenia, L [m] je charakteristický rozmer steny (resp. telesa), μ [kg/(m·s)] je dynamická viskozita tekutiny a $\nu = \mu/\rho$ [m²/s] kinematická viskozita. Keď je s prúdením spojený aj prenos tepla konvekciou, stretneme sa z ďalšími charakteristikami, ktoré si vysvetlíme podrobnejšie.

22.1 Tepelná medzná vrstva

Uvažujme stenu, v ktorej okolí v smere x prúdi tekutina (obr. 22.1). Teplota tekutiny veľmi ďaleko od steny je T_∞ a teplota steny $T_s > T_\infty$ sa prívodom tepla do steny udržiava na konštantnej hodnote. Jedná sa teda o jednoduchý prípad ohrievania prúdiacej tekutiny; zo steny do tekutiny prúdi tepelná energia s hustotou q [W/m²].



Obr. 22.1 Tepelná medzná vrstva

Pretože priamo pri stene je rýchlosť prúdenia tekutiny nulová, je oprávnený predpoklad, že teplota tekutiny pri stene je tu tiež T_s . Tieto rýchlostné a teplotné pomery pri stene vytvoria pri vyšších hodnotách Re tenkú *tepelnú medznú vrstvu* s vysokým teplotným spádom (teplotným gradientom) o hrúbke δ_T . Hrúbka tepelnej medznej vrstvy je y -ová (resp. normálová, pri zakrývanej stene) vzdialenosť pri ktorej už teplota tekutiny $T \equiv T(y)$ prakticky nie je ovplyvnená teplotou steny a platí

$$T_s - T = 0,99(T_s - T_\infty) \quad (22.2)$$

Rýchlosť prúdiacej tekutiny v tepelnej medznej vrstve je malá, prevláda tu prenos tepla vedením podľa Fourierovho vzťahu a pri nulovom gradiente teploty v smere x platí

$$q = -\lambda \frac{dT}{dy} \quad (22.3)$$

kde λ [W/(mK)] je *súčiniteľ tepelnej vodivosti tekutiny*.

Funkciu $T(y)$ v (22.3) zlinearizujeme pomocou hraničných teplôt a dostaneme známy a často využívaný Newtonov zákon ochladzovania

$$q = \frac{\lambda}{\delta_T} (T_s - T_\infty) = h(T_s - T_\infty) \quad [\text{W/m}^2] \quad (22.4)$$

s *koeficientom prestupu tepla konvekciou* h [W/(m²K)].

I keď vzťah (22.4) predstavuje silné zjednodušenie problematiky konvektívneho prestupu tepla, možno ho úspešne použiť pri mnohých praktických problémoch. Rozhodujúce je dostatočne presné určenie koeficientu prestupu tepla pri konkrétnej úlohe. Koeficient h totiž nezávisí len od vlastností tekutiny (hustota, viskozita, tepelná vodivosť, merné teplo), ale závisí aj od viacerých ďalších parametrov, ako je typ prúdenia (laminárne, turbulentné), tvarová a povrchová štruktúra steny, tlakový gradient a teplota.

22.2 Nusseltovo číslo

Priamo pri stene možno hustotu tepelného toku vyjadriť podľa (22.3) a porovnať s (22.4)

$$-\lambda \frac{d}{dy}(T - T_s) \Big|_{y=0} = h(T_s - T_\infty) \quad (22.5)$$

Po vynásobení oboch strán rovnice charakteristickým rozmerom steny (resp. telesa) L a úprave dostávame bezrozmerný pomer

$$Nu = \frac{hL}{\lambda} = \frac{\frac{d(T - T_s)}{dy} \Big|_{y=0}}{\frac{T_s - T_\infty}{L}} \quad [-] \quad (22.6)$$

kde $Nu = hL / \lambda$ je *Nusseltovo číslo*, ktoré vyjadruje pomer medzi konvektívnym a konduktívnym prenosom tepla v danej lokalite za tých istých podmienok. L je charakteristická dĺžka pre daný problém. Malé hodnoty Nusseltovho čísla blízko jednotkovej hodnoty naznačujú laminárne prúdenie s malým konvektívnym odvodom tepla a významným vplyvom kondukcie. Vysoké hodnoty (100 až 1000) sa objavujú pri turbulentnom prúdení s prevládajúcim konvektívnym prenosom tepla a malým podielom kondukcie. Ak sa lokálne veličiny h a Nu pozdĺž steny menia, v takom prípade sa možno stretnúť aj s integrálne spriemerovanými hodnotami $\bar{h}$ (a $\bar{Nu}$) po príslušnej ploche S alebo príslušnej dĺžke ℓ

$$\bar{h} = \frac{1}{S} \int_{(S)} h dS \quad \bar{h} = \frac{1}{\ell} \int_{(\ell)} h d\ell \quad (22.7)$$

22.3 Prandtlovo číslo

Tretiu bezrozmernú charakteristiku a jej fyzikálny význam pri nútenej konvekcií možno objasniť pri aplikácii energetickej rovnice na podmienky platiace v oblasti tepelnej medznej vrstvy prúdiaceho média. Táto rovnica pre ustálené nestlačiteľné 2D prúdenie tekutiny bez objemových síl má tvar

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] - \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) \quad (22.8)$$

kde c_p [J/(kgK)] je izobarické merné teplo tekutiny.

Keď sa do tejto rovnice zavedú zjednodušujúce predpoklady platné v oblasti medznej vrstvy

1. Medzná vrstva je tenká ($Re \gg 1$, rýchlosť v smere y zanedbateľná)
2. Medzná vrstva je laminárna
3. Voľná konvekcia je zanedbateľná
4. Vlastnosti tekutiny sú konštantné - nezávislé od teploty
5. Tlakové účinky sú zanedbateľné

dostaneme energetickú rovnicu pre oblasť tepelnej medznej vrstvy

$$\rho c_p \left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (22.9)$$

Ľavá strana tejto rovnice predstavuje zmenu vnútornej (tepelnej) energie objemovej jednotky tekutiny medznej vrstvy. Táto zmena je vyvolaná (a je v rovnováhe) so zmenou tepelnej energie vyvolanej kondukciou (prvý člen na pravej strane rovnice) a väčšinou zanedbateľnou zmenou tepelnej energie vyvolanej disipačným efektom vzájomného trenia vrstiev viskózne tekutiny (druhý člen - uvažuje sa obvyčajne len pri extrémne viskózných tekutinách). Po podelení rovnice s ρc_p ju možno upraviť na tvar

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\nu}{Pr} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\nu}{c_p} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \quad (22.10)$$

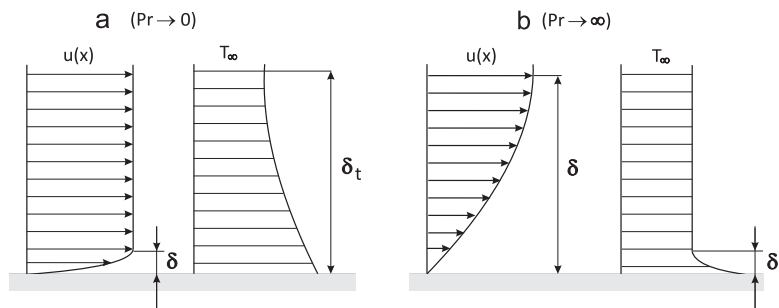
kde

$$Pr = \frac{\mu c_p}{\lambda} = \frac{\nu}{\alpha} \quad [-] \quad (22.11)$$

je *Prandtlovo číslo* a $\alpha = \lambda / (\rho c_p)$ je tepelná difuzivita (súčiniteľ teplotnej vodivosti tekutiny).

Prandtlovo číslo na rozdiel od Reynoldsovho a Nusseltovho čísla nezávisí od geometrie steny alebo telesa, je to charakteristika samotnej tekutiny. Vyjadruje pomer medzi kinematickou viskozitou ν (charakterizuje difúziu hybnosti v tekutine) a súčiniteľom teplotnej vodivosti α (charakterizuje difúziu tepla v tekutine).

Fyzikálny význam Prandtlvho čísla a jeho vplyv na konvekciu možno najlepšie ilustrovať pri jeho extrémnych hodnotách. Pri veľmi malom Prandtlvovom čísle (napr. ortuť) malá hodnota viskozity spôsobí rýchly útlm brzdiaceho vplyvu steny, takže hrúbka medznej dynamickej vrstvy δ je malá; a naopak vysoká termálna difuzivita zapríčini malý gradient teploty pri stene a hrúbka termálnej medznej vrstvy δ_t je relatívne veľká (obr. 2 a). Pri veľmi vysokej hodnote Prandtlvho čísla (napr. motorový olej) vysoká viskozita rozšíri oblasť brzdiaceho účinku steny (hrúbka dynamickej medznej vrstvy δ je relatívne veľká), nízka tepelná difuzivita vyvolá pri stene vysoký gradient teploty s malou hrúbkou tepelnej medznej vrstvy δ_t (obr. 22.2 b) s dôsledkom na veľkosť h i Nusseltovo číslo.



Obr. 22.2 Porovnanie priebehu rýchlosti a teploty v medznej vrstve pri prúdení tekutiny s veľmi malým a veľmi veľkým Prandtlovým číslom

22.4 Prestup tepla konvekciou v kruhovom potrubí – všeobecne platné vzťahy

Existuje veľké množstvo empirických vzťahov pre určovanie koeficienta prestupu tepla h , ktoré sa zoskupujú podľa toho

- či ide o laminárne alebo turbulentné prúdenie
- či ide o interné prúdenie alebo obtekanie telesa
- aká je geometria obtekaného telesa alebo aký je prierez rúry (kanálu)
- či ide o nútenú konvenciu (so zanedbateľným vplyvom prirodzenej konvekcie) alebo ide o prirodzenú konvenciu

V tejto časti však uvedieme len niekoľko vzťahov využívaných pri približnej analýze prestupu tepla medzi prúdom tekutiny a stenou kruhového potrubia s dĺžkou L a priemerom $D=2R$. Výsledky dosiahnuté podľa týchto analýz a korelácií porovnáme s riešením pomocou programu Ansys Fluent. Táto voľba vyplýva jednak z praktického významu analýz prúdenia v kruhovom potrubí a tiež z toho, že vnútrajšok potrubia i tvar jeho vnútornej steny, vzhľadom na rotačnú symetriu, sa v programe ľahko graficky edituje, čím sa prácnosť tejto rutinej (nefyzikálnej) činnosti znižuje na minimum.

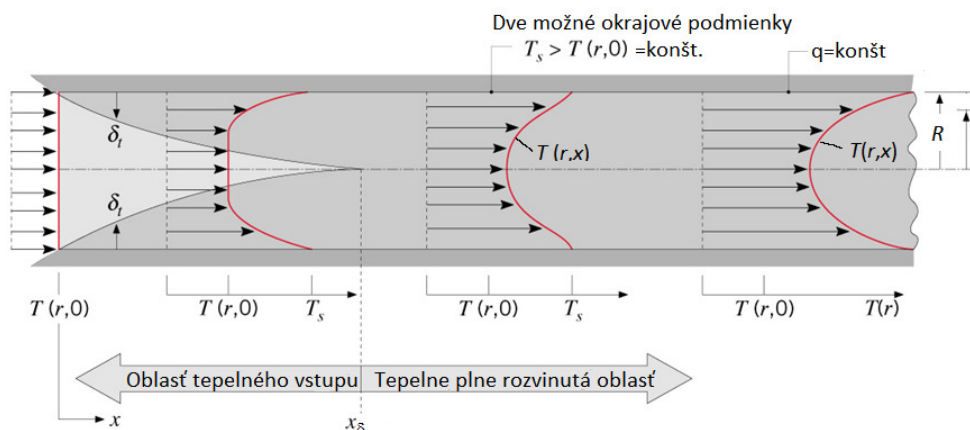
Na vstupe do potrubia budeme predpokladať prúdenie nestlačiteľnej newtonovskej tekutiny s rovnomernou vstupnou hodnotou rýchlosti u_{in} a tiež rovnomernú teplotu T_{in} . Ak teplota steny bude väčšia ako T_{in} , potom ustálený teplotný profil tekutiny v potrubí možno charakterizovať podľa obr. 22.3. Rovnomernosť teploty tekutiny na vstupe $T_{in} = T(r, 0)$ účinkom narastania hrúbky tepelnej medznej vrstvy δ_t postupne v *oblasti tepelného vstupu* na vstupnej dĺžke x_δ vymizne a za touto vzdialenosťou sa ustáli tzv. *tepelne plne rozvinutá oblasť*, kde tepelná medzná vrstva zasahuje celý prierez potrubia. Teplota tekutiny $T(r, x)$ sa mení nielen v smere prúdenia ale aj v radiálnom smere; táto jej zmena závisí od termálnych okrajových podmienok, od typu prúdenia a efektu vstupnej dĺžky.

Pri prúdení v potrubí (vo všeobecnosti pri internom prúdení) nemáme k dispozícii teplotu T_∞ ako pri externom prúdení a vzťah (22.4) sa modifikuje na

$$q(x) = h(x)[T_s(x) - T_m(x)] \quad [W/m^2] \quad (22.12)$$

kde T_m je *stredná (priemerná) teplota* tekutiny v príslušnom priereze, T_s je teplota steny a h je lokálny koeficient prestupu tepla. Na rozdiel od externého prúdenia s konštantnou teplotou T_∞ sa teplota T_m ohrievanej alebo ochladzovanej tekutiny po dĺžke potrubia mení.

- Hustota tepelného toku prenášaná do alebo z tekutiny je po dĺžke steny potrubia konštantná ($q = \text{konšt.}$, je to klasický prípad rovnomerného ohrievania alebo ochladzovania steny potrubia)
- Teplota steny je konštantná ($T_s = \text{konšt.}$, napr. pri vare alebo kondenzovaní kvapaliny na vonkajšej stene potrubia)



Obr. 22.3 Vývoj teplotného profilu ohrievaného prúdu tekutiny v potrubí s kruhovým prierezom

Väčšinu praktických úloh prenosu tepla pri prúdení tekutiny v potrubí podľa termálnej okrajovej podmienky pre stenu potrubia možno zaradiť do dvoch kategórií:

O tepelne plne rozvinutej oblasti (obr. 22.3) hovoríme vtedy, keď sa v potrubí ustáli *bezrozmerný* teplotný profil a platí

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{T_s(x) - T(x,r)}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = 0 \quad \rightarrow \quad \left[\frac{T_s(x) - T(x,r)}{T_s(x) - T_m(x)} \right] = \text{konšt.} \quad (22.13)$$

Potom pomocou (22.5) možno zistiť, že v tejto oblasti je koeficient prestupu tepla konvekciou h konštantný

$$\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) \bigg|_{r=R} = \text{konšt.} = \frac{-\frac{\partial T}{\partial r} \big|_{r=R}}{T_s - T_m} = \frac{h}{\lambda} = \text{konšt.} \quad (22.14)$$

pričom sa zanedbáva prípadná malá zmena súčiniteľa tepelnej vodivosti tekutiny účinkom zmeny teploty ($\lambda = \text{konšt.}$). Tento poznatok možno využiť pri dlhom potrubí so zanedbaním rozdielnych pomerov na relatívne malej vstupnej dĺžke.

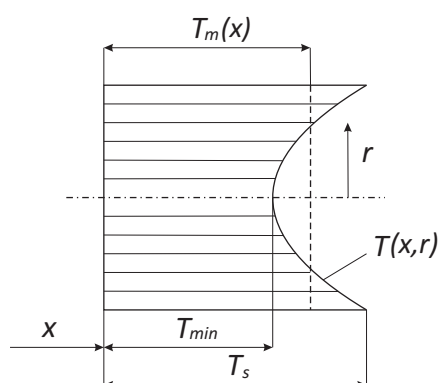
Dĺžku oblasti tepelného vstupu (termálnu vstupnú dĺžku) x_δ možno odhadnúť pomocou týchto vzťahov

$$\begin{aligned} x_\delta &\approx 0,053 \text{ Re} \cdot \text{Pr} \cdot D && \text{pre laminárne prúdenie } (q = \text{konšt.}) \\ x_\delta &\approx 0,037 \text{ Re} \cdot \text{Pr} \cdot D && \text{pre laminárne prúdenie } (T_s = \text{konšt.}) \\ x_\delta &\approx 10D && \text{pre turbulentné prúdenie} \end{aligned} \quad (22.15)$$

kde charakteristická dĺžka v Reynoldsovom čísle (22.1) je teraz vnútorný priemer potrubia a potrebné charakteristiky tekutiny by mali byť určené pre priemernú teplotu na tomto úseku.

22.4.1 Stredná (priemerná) teplota T_m

Keď sa tekutina pri prúdení v potrubí ohrieva (alebo ochladzuje), potom sa jej teplota $T(x,r)$ v ľubovoľnom pričnom reze mení od teploty T_s pri stene po minimálnu teplotu (alebo maximálnu pri chladení) v strede prierezu. Pri približnom riešení konvekcie pomocou empirických vzťahov (pri približnom výpočte h) sa táto situácia zjednodušuje tak, že sa v priereze uvažuje stredná (priemerná) hodnota teploty $T_m(x)$ (obr. 22.4). Jej veľkosť sa určuje pomocou zákona o zachovaní energie. To znamená, že tepelná energia, ktorú prúd transportuje cez prierez S za časovú jednotku pri reálnom prúdení, sa musí rovnať energii, ktorá by prešla cez prierez pri konštantnej teplote T_m . Túto podmienku pomocou obr. 4 možno pre prierez S s normálovou funkciou rýchlosti $u(r,x)$ a hmotnostným prietokom $\dot{m}$ [kg/s] vyjadriť v tvare



Obr. 4 Stredná (priemerná) teplota $T_m(x)$ pri ohrievaní tekutiny

$$\dot{E}_{tek} = \dot{m} c_p T_m = \int_S c_p T_m dm = \int_S \rho c_p T u dS \quad [W]$$

Pre kruhový prierez s konštantnou hustotou ρ , konštantnou hodnotou merného tepla c_p a polomerom R potom dostávame

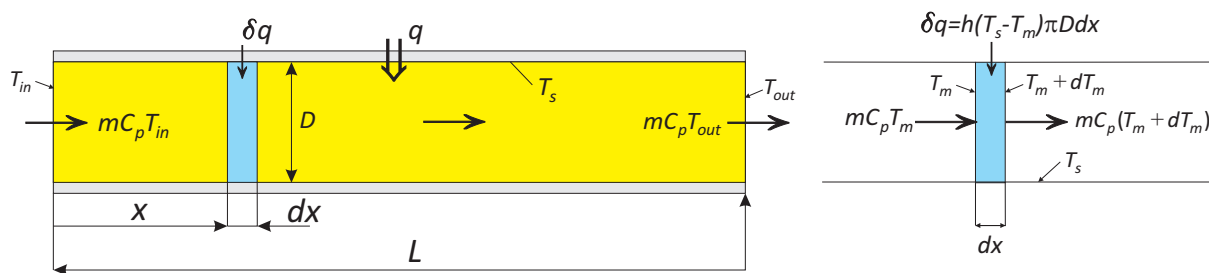
$$T_m(x) = \frac{\int_m c_p T dm}{m c_p} = \frac{\int_0^R c_p T \rho u 2\pi r dr}{\rho u_{in} \pi R^2 c_p} = \frac{2}{u_{in} R^2} \int_0^R T(r,x) u(r,x) r dr \quad (22.16)$$

z čoho vidieť, že stredná teplota tekutiny v potrubí sa po dĺžke potrubia mení a na jej určenie je potrebné poznať funkcie T a u , ktoré vo všeobecnosti nie sú k dispozícii.

Ďalšie cenné informácie o teplotných pomeroch v potrubí a teplote T_m možno získať z energetickej bilancie potrubia ako celku (vo forme kontrolného objemu, obr. 22.5). Množstvo tepla $\dot{Q}$, ktoré za jednotku času prejde stenou potrubia sa musí rovnať prírastku tepelnej energie tekutiny za jednotku času

$$\dot{Q} = q \pi D L = \dot{m} c_p (T_{out} - T_{in}) \quad [W] \quad (22.17)$$

kde q [W/m^2] je hustota tepelného toku cez stenu potrubia a T_{in}, T_{out} sú stredné hodnoty teploty na vstupnom a výstupnom konci potrubia.



Obr. 22.5 Tepelné a teplotné pomery v potrubí

22.4.2 Konštantný tepelný tok

V prípade, že $q = \text{konšt.}$, možno zo (22.17) vyjadriť strednú teplotu tekutiny na výstupe

$$T_{out} = T_{in} + \frac{q\pi DL}{mc_p} \quad (22.18)$$

Ak teplotnú zmenu c_p zanedbávame, sú to všetko konštanty a vidieť, že v takomto prípade stredná teplota lineárne narastá pozdĺž potrubia (obr. 22.6)

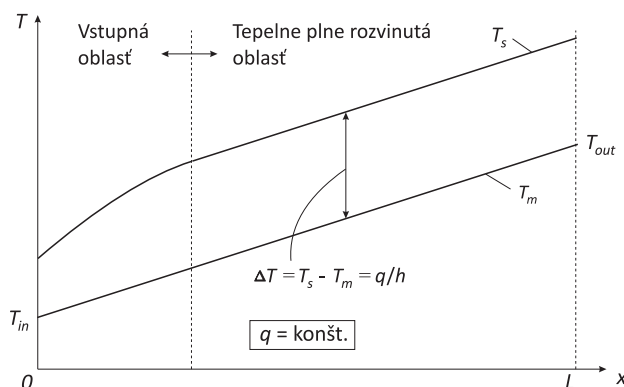
$$T_m(x) = T_{in} + \frac{q\pi Dx}{mc_p} \quad 0 \leq x \leq L \quad (22.19)$$

Potom už možno vyjadriť aj teplotu steny pomocou (22.12)

$$T_s(x) = T_m(x) + \frac{q}{h(x)} \quad (22.20)$$

V *tepelne plne rozvinutej oblasti* stredná teplota narastá lineárne, a pretože podľa (22.14) je h konštantné, potom pri $q = \text{konšt.}$, aj $T_s - T_m = \text{konšt.}$ Predpokladá sa pritom, pravda, že vlastnosti tekutiny nezávisia od teploty. Ich číselné hodnoty sa pre danú tekutinu odčítavajú z materiállovej databázy pri strednej teplote prúdu

$$T_b = \frac{T_{out} - T_{in}}{2} \quad (22.21)$$



Obr. 22.6 Priebeh strednej teploty T_m a teploty steny T_s pri okrajovej podmienke pre stenu $q = \text{konšt.}$

Sklon lineárneho priebehu T_m v T - x diagrame možno určiť z energetickej bilancie elementu s hrúbkou dx vyznačeného v obr. 5. Dostávame

$$mc_p dT_m = q\pi D dx \quad \rightarrow \quad \frac{dT_m}{dx} = \frac{q\pi D}{mc_p} = \text{konšt.} \quad (22.22)$$

Nakoľko v tepelne plne rozvinutej oblasti je bezrozmerný teplotný profil (22.13) konštantný, možno postupne napísať

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{T_s - T}{T_s - T_m} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{T_s - T_m} \left(\frac{\partial T_s}{\partial x} - \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial T_s}{\partial x} \quad (22.23)$$

a pretože $T_s - T_m = \text{konšt.}$, možno výsledok v (22.23) doplniť na

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{q\pi D}{mc_p} = \frac{q\pi D}{\rho \frac{\pi D^2}{4} u_m c_p} = \frac{4q}{\rho D u_m c_p} = \text{konšt.} \quad (22.24)$$

Z (22.24) vyplýva, že v oblasti tepelne i rýchlostne plne rozvinutej oblasti pri $q = \text{konšt.}$ sa rýchlostný profil $T(r)$ pozdĺž potrubia nemení (nie je závislý od x), i keď pri stene vychádza z rozdielnych hodnôt T_s .

22.4.3 Konštantná teplota steny

V prípade, že $T_s = \text{konšt.}$, z energetickej bilancie elementu na obr. 5 dostávame

$$mc_p dT_m = h(T_s - T_m)\pi D dx \quad (22.25)$$

Pretože T_s je konštanta, možno do (22.25) zaviesť rovnosť $dT_m = -d(T_s - T_m)$ a po úprave platí

$$\frac{d(T_s - T_m)}{T_s - T_m} = -\frac{h\pi D}{mc_p} dx \quad (22.26)$$

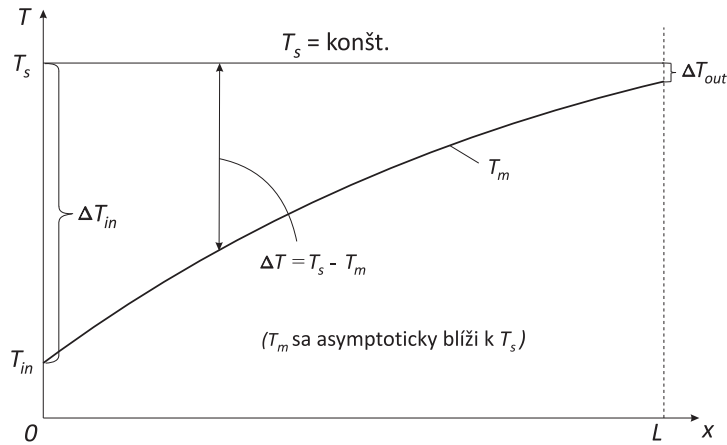
Integrovaním tejto diferenciálnej rovnice so separovanými premennými $(T_s - T_m)$ a x v hraniciach od T_{in} po T_{out} a od $x = 0$ po $x = L$ dostávame

$$\ln \frac{T_s - T_{out}}{T_s - T_{in}} = -\frac{\bar{h}\pi DL}{mc_p} \quad (22.27)$$

kde $\bar{h}$ je spriemerovaný koeficient prestupu tepla. Exponenciálny tvar tohto vzťahu dáva užitočný vzorec pre určenie priemernej teploty na výstupe

$$T_{out} = T_s - (T_s - T_{in}) e^{-\frac{\bar{h}\pi DL}{mc_p}} \quad (22.28)$$

Ako vidieť, teplotný rozdiel medzi konštantnou teplotou steny a tekutinou sa exponenciálne znižuje v smere prúdenia, pričom rýchlosť približovania sa T_m ku T_s závisí od exponentu $NUT = \bar{h}\pi DL / mc_p$ (obr. 22.7), ktorý



Obr. 22.7 Priebeh strednej teploty T_m pri okrajovej podmienke $T_s = \text{konšt.}$

v podstate vyjadruje efektívnosť prenosu tepla. Stredná teplota prúdu sa asymptoticky blíži k teplote steny a pri $NUT > 5$ sa výstupná teplota tekutiny prakticky rovná teplote steny. Na druhej strane takýto efektívny prenos tepla nemusí byť vždy optimálny z ekonomického alebo priestorového hľadiska, pretože vyžaduje obyčajne dlhé potrubie.

Keď z (22.27) vyjadríme mc_p dostaneme

$$mc_p = -\frac{\bar{h}\pi DL}{\ln(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})}$$

a po dosadení tohto výsledku do (22.17) máme

$$\dot{Q} = \bar{h}\pi DL \Delta T_{\ln} \quad (22.29)$$

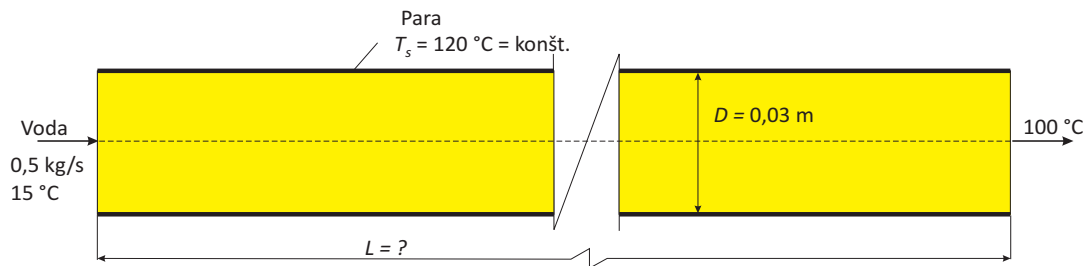
kde

$$\Delta T_{\ln} = \frac{T_{in} - T_{out}}{\ln[(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})]} = \frac{T_{in} - T_{out} + (T_s - T_s)}{\ln[(T_s - T_{out})/(T_s - T_{in})]} = \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln(\Delta T_{out}/\Delta T_{in})} \quad (22.30)$$

predstavuje pre potrubie číselnú hodnotu *stredného (priemerného) logaritmickeho teplotného rozdielu* medzi konštantnou teplotou steny a teplotou tekutiny s $\Delta T_{in} = T_s - T_{in}$ a $\Delta T_{out} = T_s - T_{out}$. Jeho hodnota nahrádza v tomto prípade nepresný (najmä pri väčších rozdieloch medzi ΔT_{in} a ΔT_{out}) priemerný aritmetický teplotný rozdiel $\Delta T_{aritm} = T_s - (T_{out} + T_{in})/2$.

Príklad 22.1

Do tenkostennej medenej rúrky výmenníka tepla s vnútorným priemerom $D = 3$ cm sa privádza za sekundu 0,5 kg vody s teplotou 15 °C. Rúrku po celej dĺžke na vonkajšom povrchu ohrieva para kondenzujúca pri teplote 120 °C (predpokladáme rovnakú teplotu aj na vnútornom povrchu rúrky). Treba určiť takú dĺžku rúrky L , aby sa voda ohrial na 100°C, keď priemerný koeficient prestupu tepla $\bar{h} = 900$ W/(m² °C).



Merné teplo vody pre strednú teplotu tekutiny $(100 + 15) / 2 = 57,5$ °C je 4185 J/(kg °C). Podľa (22.17) množstvo tepla, ktoré prejde za jednotku času zo steny rúrky do vody je

$$\dot{Q} = mc_p(T_{out} - T_{in}) = 0,5 \cdot 4185(115 - 15) = 209250 \text{ W} = 209,25 \text{ kW}$$

Stredný logaritmický rozdiel medzi teplotou steny a strednou teplotou tekutiny je

$$\begin{aligned}\Delta T_{out} &= T_s - T_{out} = 120 - 100 = 20 \text{ °C} \\ \Delta T_{in} &= T_s - T_{in} = 120 - 15 = 105 \text{ °C} \\ \Delta T_{\ell n} &= \frac{\Delta T_{out} - \Delta T_{in}}{\ln(\Delta T_{out}/\Delta T_{in})} = \frac{20 - 105}{\ln(20/105)} = 51,3 \text{ °C}\end{aligned}$$

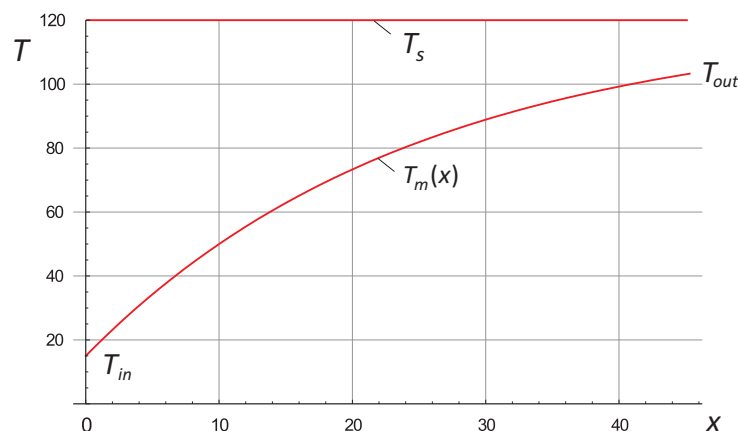
Z (22.29) potrebná dĺžka rúrky je

$$L = \frac{\dot{Q}}{\bar{h}\pi D \Delta T_{\ell n}} = \frac{209,25}{0,9 \cdot \pi \cdot 0,03 \cdot 51,3} = 48,09 \text{ m}$$

Poznámka k príkladu: Pre priebeh priemernej teploty tekutiny pozdĺž rúrky $T_m(x)$ platí vzťah (22.28), kde stačí nahradiť dĺžku L premennou x

$$T_m(x) = T_s - (T_s - T_{in})e^{-\frac{\bar{h}\pi D x}{mc_p}} = 120 - (120 - 15)e^{-\frac{900\pi \cdot 0,03 x}{0,5 \cdot 4185}}$$

Grafický priebeh tejto funkcie po dĺžke rúrky a postupné zmenšovanie teplotného rozdielu medzi stenou a ohrievanou vodou je vidieť na tomto obrázku:



Vzhľadom na konkávnosť exponenciálnej funkcie $T_m(x)$ je stredný *aritmetický* rozdiel teploty steny a tekutiny vždy väčší ako stredný *logaritmický* rozdiel, ktorý integrálne zohľadňuje stupeň

konkávnosti krivky $T_m(x)$. Aj v tomto prípade, pri relatívne plochej krivke, ak by sme pri výpočte dĺžky rúrky použili

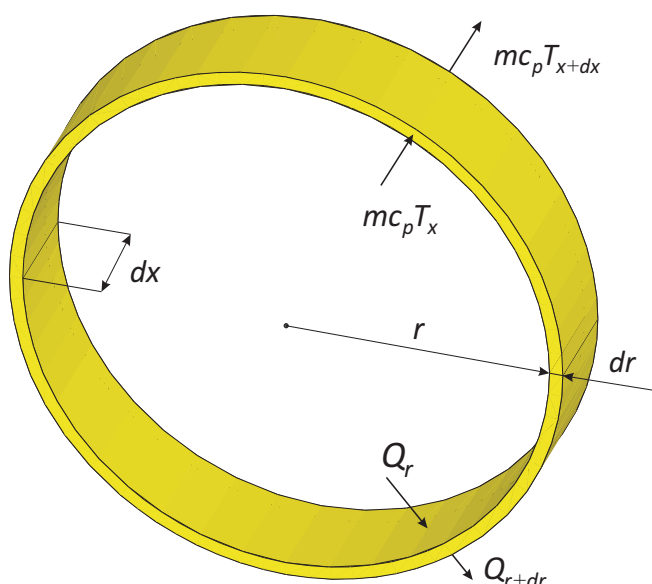
$$\Delta T_{aritm} = T_s - \frac{T_{out} + T_{in}}{2} = 120 - \frac{100 + 15}{2} = 62,5 \text{ } ^\circ\text{C}$$

dostali by sme $L = 39,5 \text{ m}$, namiesto správnych $48,09 \text{ m}$.

22.5 Teplotný profil a koeficient h pri laminárnom prúdení v potrubí – analytické riešenie

Uvažujme ustálené laminárne prúdenie v kruhovom potrubí s polomerom R . Nech vlastnosti tekutiny ρ , λ a c_p sú konštantné a možno zanedbať prácu viskózných síl i vedenie tepla v pozdĺžnom smere. Tekutina prúdi pozdĺž osi x v plne rozvinutej oblasti, takže rýchlosť prúdenia nie je závislá od x a platí $u = u(r)$. V takomto prípade možno tepelnú bilančnú rovnováhu valcového elementu tekutiny (obr. 22.8) vyjadriť v tvare

$$mc_p T_x - mc_p T_{x+dx} + Q_r - Q_{r+dr} = 0 \quad [J/s] \quad (22.31)$$



Obr. 22.8 Tepelné pomery na elemente potrubia

kde hmotnostný tok za jednotku času je $m = \rho u S = \rho u (2\pi r dr)$. Dosadením do (22.31) a vydelením s $2\pi r dr dx$ dostávame

$$\rho c_p u \frac{T_{x+dx} - T_x}{dx} = - \frac{1}{2\pi r dx} \frac{Q_{r+dr} - Q_r}{dr} \quad (22.32)$$

alebo s využitím zápisu derivácie

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = - \frac{1}{2\rho c_p \pi r dx} \frac{\partial Q}{\partial r} \quad (22.33)$$

Podľa Fourierovho vzťahu pre jednorozmerné vedenie tepla je

$$\frac{\partial Q}{\partial r} = S \frac{\partial q}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda 2\pi r dx \frac{\partial T}{\partial r} \right) = -2\pi \lambda dx \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (22.34)$$

takže vzťah (22.33) po dosadení a využití sčiniteľa $\alpha = \lambda / \rho c_p$ sa zmení na

$$u \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (22.35)$$

čo je vlastne len iná, vhodnejšia forma vyjadrenia bilančnej rovnice (22.31) s tým istým fyzikálnym dôsledkom (teplo privedené/odvedené *hmotnostným tokom* do/z elementu sa rovná teplu odvedenému/privedenému *vedením* z/do elementu v radiálnom smere).

22.5.1 Konštatný tepelný tok

Pre tento prípad podľa (22.24) platí

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{dT_s}{dx} = \frac{dT_m}{dx} = \frac{4q}{\rho D u_m c_p} = \frac{2q}{\rho R u_m c_p} = \text{konšt.} \quad (22.36)$$

Dosadením (22.36) a vzťahu pre laminárny rýchlostný profil

$$u(r) = u_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = 2u_m \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \quad (22.37)$$

do (22.35) dáva diferenciálnu rovnicu platnú pre teplotný profil

$$\frac{4q}{\lambda R} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) \quad (22.38)$$

Jej všeobecné riešenie dostaneme dvojnásobným integrovaním po separácii premenných

$$T = \frac{qR}{\lambda} \left(r^2 - \frac{r^2}{4R^2} \right) + C_1 r + C_2 \quad (22.39)$$

a výslednú funkciu teploty po zavedení okrajových podmienok $\partial T / \partial r = 0$ pre $r = 0$ (z dôvodu symetrie) a $T = T_s$ pre $r = R$

$$T(r) = T_s - \frac{qR}{\lambda} \left(\frac{3}{4} - \frac{r^2}{R^2} + \frac{r^4}{4R^4} \right) \quad (22.40)$$

Teraz už možno vzťahy pre rýchlostný a teplotný profil (22.37) a (22.40) dosadiť do (22.16) a určiť strednú teplotu tekutiny. Po integrácii dostávame

$$T_m = T_s - \frac{11}{24} \frac{qR}{\lambda} \quad (22.41)$$

Keď do tohto výsledku dosadíme $q = h(T_s - T_m)$, zistíme, že koeficient prestupu tepla v tomto prípade nie je závislý ani od Reynoldsovho ani od Prandtlovho čísla a mimo oblasť tepelného vstupu platí

$$h = \frac{24}{11} \frac{\lambda}{R} = \frac{48}{11} \frac{\lambda}{D} = 4,36 \frac{\lambda}{D} \quad \rightarrow \quad Nu = \frac{hD}{\lambda} = 4,36 \quad (22.42)$$

22.5.2 Konštantná teplota steny

Pri analýze plne rozvinutého laminárneho prúdenia v kruhovom potrubí v prípade konštatnej teploty steny T_s možno použiť rovnaký postup ako v predchádzajúcom odstavci. Riešenie diferenciálnej rovnice je však zložitejšie a vyžaduje iteračný postup. Výsledok je však rovnako jednoduchý, s konštantnou hodnotou Nusseltovho čísla

$$h = 3,66 \frac{\lambda}{D} \quad \rightarrow \quad Nu = \frac{hD}{\lambda} = 3,66 \quad (22.43)$$

Koeficient tepelnej vodivosti tekutiny pre použitie v tomto vzťahu sa určuje pri strednej teplote prúdu (22.21). Poznávame, že pri laminárnom prúdení je vplyv drsnosti steny na výpočtové hodnoty h zanedbateľný.

22.6 Niektoré korelačné vzťahy – laminárne a turbulentné prúdenie v potrubí

Pre zložitejšie úlohy nepoznáme teoretické riešenia a priemerný koeficient h alebo lokálny koeficient $\bar{h}$ sa určujú z experimentálne stanovených vzťahov. Dimenzionálna analýza ukazuje, že veľké množstvo premenných ovplyvňujúce tieto koeficienty možno zlúčiť do korelačných vzťahov platných pre bezrozmerné charakteristiky úlohy a z nich určiť koeficient h . Väčšina týchto vzťahov má "Nusseltovský tvar"

$$Nu = \frac{hD}{\lambda} = f\left(\frac{\rho u L}{\mu}, \frac{c_p \mu}{\lambda}\right) \rightarrow Nu = \frac{hD}{\lambda} = f(Re, Pr) \rightarrow h \quad (22.44)$$

Pokiaľ to nie je inak stanovené, číselné parametre vlastnosti tekutiny pri dosadzovaní do týchto vzťahov sa vyčísľujú pre strednú teplotu prúdu $T_b = (T_{out} - T_{in})/2$.

Pre potrubie s dĺžkou L možno pri laminárnom prúdení vo vstupnej tepelnej oblasti určiť priemernú hodnotu Nusseltovho čísla pri konštantnej teplote steny zo vzťahu

$$Nu = 3,66 + \frac{0,065(D/L)Re Pr}{1 + 0,04[(D/L)Re Pr]^{2/3}} \quad (22.45)$$

Ako vidieť, Nusseltovo číslo vo vstupnej oblasti potrubia je vyššie a asymptoticky klesá k hodnote 3,66 pri $L \rightarrow \infty$.

Keď je rozdiel medzi teplotou steny a tekutiny veľký, je potrebné zohľadniť teplotnú závislosť viskozity. Vhodný vzťah v takom prípade (opäť pri laminárnom prúdení vo vstupnej tepelnej oblasti) je

$$Nu = 1,86 \left(\frac{Re Pr D}{L} \right)^{1/3} \left(\frac{\mu}{\mu_s} \right)^{0,14} \quad (22.46)$$

kde sa všetky hodnoty určujú pri strednej teplote prúdu okrem teploty steny μ_s .

V technickej praxi sa však podstatne častejšie stretávame s *turbulentným* prúdením. Korelačné vzťahy sú pri takomto prúdení obyčajne obmedzené pre určitý rozsah Reynoldsovho, príp. i Prandtlovho čísla. Pri turbulentnom prúdení už nezanedbateľnú úlohu zohráva aj hladkosť, resp. drsnosť vnútornej steny potrubia. Vhodný vzťah pre určenie Nusseltovho čísla pre kruhové potrubie je

$$Nu = \frac{(f/8)RePr}{1,07 + 12,7(f/8)^{0,5}(Pr^{2/3} - 1)} \quad \left(\begin{array}{l} 0,5 \leq Pr \leq 2000 \\ 10^4 < Re < 5 \cdot 10^6 \end{array} \right) \quad (22.47)$$

kde trecí koeficient možno určiť z Moodyho diagramu alebo iteráciou z Colebrookovej rovnice (pozri [D20]). Vhodná je tiež Haalandov vzorec

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log_{10} \left[\left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} \right)^{1,11} + \frac{6,9}{Re} \right] \quad (\text{turbulentné prúdenie, } Re > 3000) \quad (22.48)$$

pri ktorom sa vyhneme iterácii.

Príklad 22.2

V rúrke s medzikruhovým prierezom o dĺžke $L = 5$ m a vnútorným priemerom $D = 3$ cm sa ohrieva prúdiaca voda s konštantným prietokom 10 litrov za minútu. Elektrický ohrievač zabezpečuje rovnomerný ohrev rúrky po celej jej vonkajšej ploche s plošným energetickým tokom $q = 73$ kW/m². Teplota vody na vstupe je $T_{in} = 15$ °C a vnútorný povrch rúrky je hladký.

Určte priebeh strednej teploty vody $T_m(x)$ a priebeh teploty steny $T_s(x)$ a vyčíslite tieto teploty na výstupe, t.j. $T_m(L)$ a $T_s(L)$. Úlohu riešte:

- analyticky pomocou korelačných vzťahov
- numericky (Ansys Workbench + Fluent)

Analytické riešenie

Zo zadania vyplýva, že úloha nie je závislá od času, ide o ustálené prúdenie a ustálený prenos tepla konvekciou pri konštantnom tepelnom toku.

Najprv z materiálových tabuliek odčítame vlastnosti vody pri odhadnutej priemernej teplote prúdu $T_b = (T_{in} + T_{out}) / 2 \approx (15 + 65) / 2 = 40$ °C °:

$$\rho = 992 \text{ kg/m}^3$$

$$\lambda = 0,63 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$$

$$c_p = 4180 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$$

$$Pr = 4,12$$

$$\mu = 0,6228 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$$

Pre určenie Reynoldsovho čísla potrebujeme poznať strednú rýchlosť prúdu vody

$$v_m = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{0,01 \text{ m}^3/\text{min}}{\pi \cdot 0,03^2/4} = 14,15 \text{ m/min} = 0,236 \text{ m/s}$$

a dostávame

$$\text{Re} = \frac{\rho v_m D}{\mu} = \frac{992 \cdot 0,236 \cdot 0,03}{0,6228 \cdot 10^{-3}} = 11277$$

z čoho vyplýva, že sa jedná o turbulentné prúdenie. Pre vstupnú dĺžku potom podľa (22.15) približne platí

$$x_\delta = x_v \approx 10D = 10 \cdot 0,03 = 0,3 \text{ m}$$

Je to malá hodnota oproti celkovej dĺžke potrubia, takže možno približne uvažovať plne rozvinuté prúdenie i plne rozvinutý tepelný prenos po celej dĺžke L . Zo vzťahu (22.19) už teraz možno určiť priebeh strednej teploty vody po celej dĺžke rúrky

$$T_m(x) = T_{in} + \frac{q\pi Dx}{mc_p} = T_{in} + \frac{q\pi Dx}{\rho \dot{V} c_p} = 15 + \frac{73000 \cdot \pi \cdot 0,03}{992 \cdot \frac{0,01}{60} \cdot 4180} x = 15 + 9,96x \quad 0 \leq x \leq L \quad (\text{a})$$

a z toho strednú teplotu vody na výstupe

$$T_{out} = 15 + 9,96 \cdot 5 = 64,8 \text{ }^\circ\text{C} \quad 0 \leq x \leq L$$

ktorá je blízka odhadnutej hodnote a nie je potrebné robiť opakovaný (iteračný) výpočet so zmenenými materiálovými vlastnosťami vody.

Ďalšie výpočty budú smerovať k určeniu teploty steny na výstupe, t.j. na konci potrubia $T_m = T_s(L)$. Pre hladké potrubie ($\varepsilon = 0$) najprv zo vzorca (22.48) určíme trecí koeficient

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1,8 \log_{10} \left(\frac{6,9}{\text{Re}} \right) = -1,8 \log_{10} \left(\frac{6,9}{11277} \right) = 5,784 \rightarrow f = 0,03$$

a z korelačného vzťahu (22.47) Nusseltovo číslo

$$\text{Nu} = \frac{(f/8)\text{RePr}}{1,07 + 12,7(f/8)^{0,5}(\text{Pr}^{2/3} - 1)} = \frac{(0,03/8) \cdot 11277 \cdot 4,12}{1,07 + 12,7(0,03/8)^{0,5}(4,12^{2/3} - 1)} = 76,0$$

Koeficient prestupu tepla podľa vzťahu (22.6) je

$$h = \frac{\lambda}{D} \text{Nu} = \frac{0,631}{0,03} 76 = 1598,5 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{ }^\circ\text{C}}$$

a možno podľa (22.20) a (a) vyjadriť lineárny priebeh teploty steny

$$T_s(x) = T_m(x) + \frac{q}{h} = 15 + \frac{q}{h} + 9,96x = 60,7 + 9,96x \quad 0 \leq x \leq L$$

Maximálna teplota steny na konci potrubia je

$$T_s(L) = 60,7 + 9,96x = 60,7 + 9,96 \cdot 5 = 110,5 \text{ }^\circ\text{C}$$

Pripomíname horeuvedenú teóriu, podľa ktorej pri takomto type prenose tepla je teplotný rozdiel medzi stenou a tekutinou po celej dĺžke potrubia (s výnimkou vstupnej dĺžky) konštantný (obr. 6). V našom prípade je to

$$\Delta T_s = T_s - T_m = \frac{q}{h} = \frac{73000}{1598,5} = 45,7^\circ\text{C}$$

Numerické riešenie

Úlohu podľa horeuvedeného zadania vyriešime pomocou programu *Fluent*, pričom na tvorbu výpočtového modelu použijeme predprocesor *Ansys Workbench*. Je vhodné pred výpočtom vytvoriť na disku pracovný adresár pre ukladanie súborov úlohy (projektu) napr. s názvom *Prenos_tepla*.

Prípravné výpočty

Z analytického výpočtu poznáme tieto hodnoty:

$$\rho = 992 \text{ kg/m}^3$$

$$\lambda = 0,63 \text{ W/(m}^\circ\text{C)}$$

$$\mu = 0,6228 \cdot 10^{-3} \text{ kg/(m} \cdot \text{s)}$$

$$c_p = 4180 \text{ J/(kg} \cdot ^\circ\text{C)}$$

$$v_m = 0,236 \text{ m/s}$$

$$f = 0,03$$

$$\text{Re} = 11277$$

a podľa hodnoty Reynoldsovho čísla vieme, že sa jedná o turbulentné prúdenie.

Úloha je jednoduchá a možno ju riešiť numerickým integrovaním rovníc modelu v celej oblasti vrátane medznej vrstvy (t.j. bez využitia stenových funkcií); potom ale diskretizácia oblasti v blízkosti steny musí byť dostatočne hustá. Takto bol riešený výpočet príkladu 21.1. Teraz pre zmenu využijeme stenové funkcie, ktoré v blízkosti steny nevyžadujú tak husté delenie oblasti. Pri tejto voľbe normalizovaná vzdialenosť ťažiska každej bunky susediacej so stenou by mala spĺňať podmienku $30 < y^+ < 300$, optimálne s hodnotou čo najbližšie k 30 [D20]. Zvolíme hodnotu

$$y^+ = 30$$

Pre skutočnú vzdialenosť potom platí

$$y = \frac{\mu}{\rho u_\tau} y^+ = \frac{\mu}{\rho} y^+ \sqrt{\rho / \tau_w}$$

Stenové šmykové napätie je [D20]

$$\tau_w = \frac{1}{2} c_f \rho u_0^2 = \frac{1}{8} f \rho u_0^2 = \frac{1}{8} 0,03 \cdot 992 \cdot 0,236^2 = 0,207 \text{ Pa}$$

Takže pri voľbe $y^+ = 30$ pre vzdialenosť ťažiska bunky y potom platí

$$y = \frac{\mu}{\rho} y^+ \sqrt{\rho / \tau_w} = \frac{0,6228 \cdot 10^{-3}}{992} 30 \sqrt{992 / 0,207} = 0,0013 \text{ m}$$

Výpočtovú sieť teda treba vytvoriť tak, aby šírka bunky pri stene bola rovná alebo o niečo väčšia ako 3 mm.

K tomuto postupu poznamenávame, že v postprocesore programu možno zobrazíť vypočítanú hodnotu y^+ , takže problém správnej hustoty siete pri stene možno riešiť (najmä pri menších úlohách) aj tak, že hustotu odhadneme a pokiaľ veľkosť y^+ nevyhovuje, zopakujeme výpočet so zmenenou hustotou.

Intenzita turbulencie na vstupe je [D20]

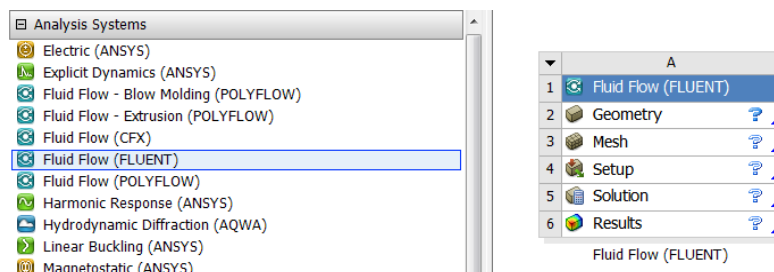
$$I = 0,16 \text{Re}^{-1/8} = 0,16 \cdot 11277^{-1/8} = 0,05 \quad (5\%)$$

22.7 Riešenie úlohy pomocou programu *Ansyes Fluent*

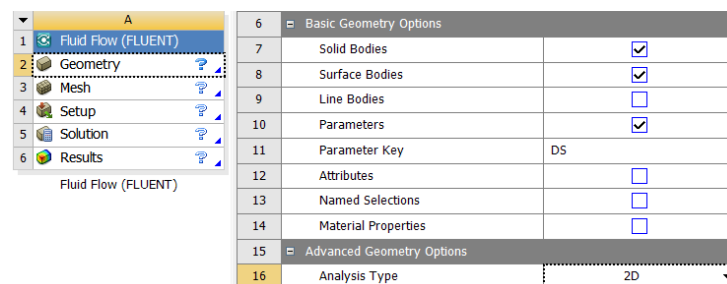
Po prípravných výpočtoch opíšeme teraz vlastné riešenie úlohy. Výpočtový model potrubia sa tvorí v predprocesore *Workbench* programu *Ansyes Fluent* týmto postupom:

22.7.1 Geometria oblasti

Otvorte *Workbench* a zvolte *Fluid Flow (FLUENT)* dvojitým kliknutím alebo pridržením ľavým tlačítkom myši a prenesením napravo do naznačeného štvorca). Otvorí sa okno *Project Schematic*

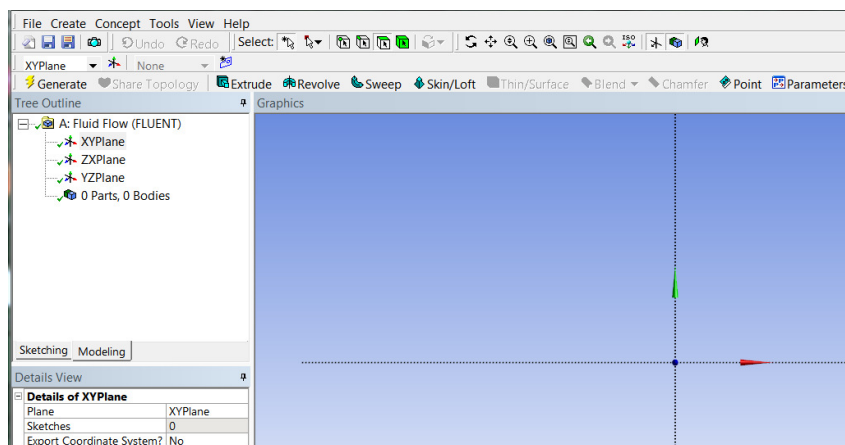


Kliknite *pravým* tlačítkom myši na *Geometry*, zvolte *Properties*, prepnite typ úlohy na 2D

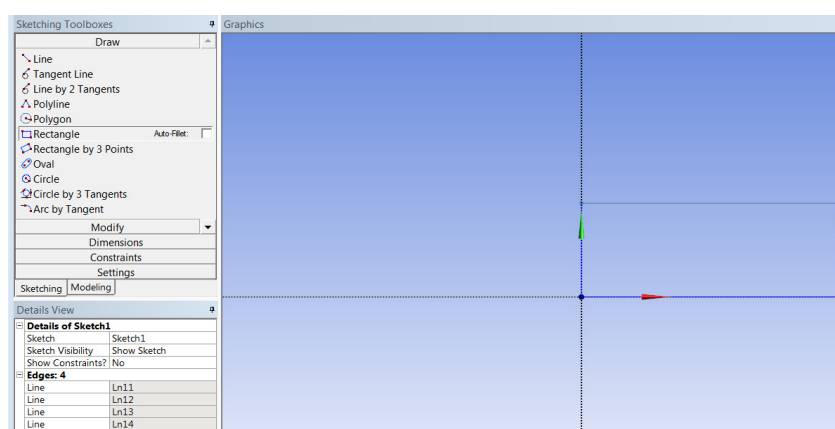


a zatvorte tabuľku.

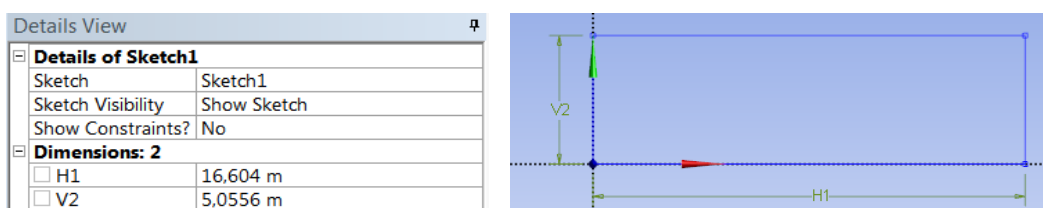
Kliknite dvakrát ľavým tlačítkom myši na *Geometry*, otvorí sa okno *Graphics* pre tvorbu geometrie a potvrdíte dĺžkovú jednotku *Meter*. V *Tree Outline* zvolte rovinu *xy (XYPlane)* a ďalším kliknutím na os *Z* v symbole súradnicových smerov (v pravom dolnom rohu) zvolte normálový pohľad na túto rovinu.



V *Tree Outline* zvolíte *Sketching*, potom *Rectangle*. Kliknite začiatok súradnicového systému a posunutím myši vytiahnite ľubovoľný obdĺžnik



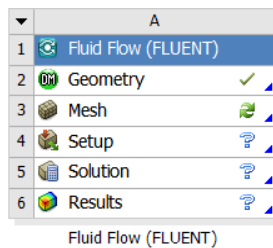
Zvoľte *Dimensions*, kliknutím a potiahnutím dlhej a potom krátkej strany obdĺžnika sa zakótujú strany obdĺžnika s ľubovoľnými rozmermi



Ľubovoľné rozmery obdĺžnika v *Details View* zmeňte na rozmery polovice priemetu potrubia $H1 = 5 \text{ m}$, $V2 = 0,015 \text{ m}$ prepísaním hodnôt v *Details View* a potvrdením *Enter* (podľa nastavenia programu používajte desatinnú čiarku alebo desatinnú bodku). Zväčšite obrázok pomocou

Z čiarového obrázku urobte objekt (oblasť) voľbou *Concept, Surfaces from Sketches*, Kliknutím na čiaru obdĺžnika, *Apply* v *Base Objects*, *Enter*, *Generate*.

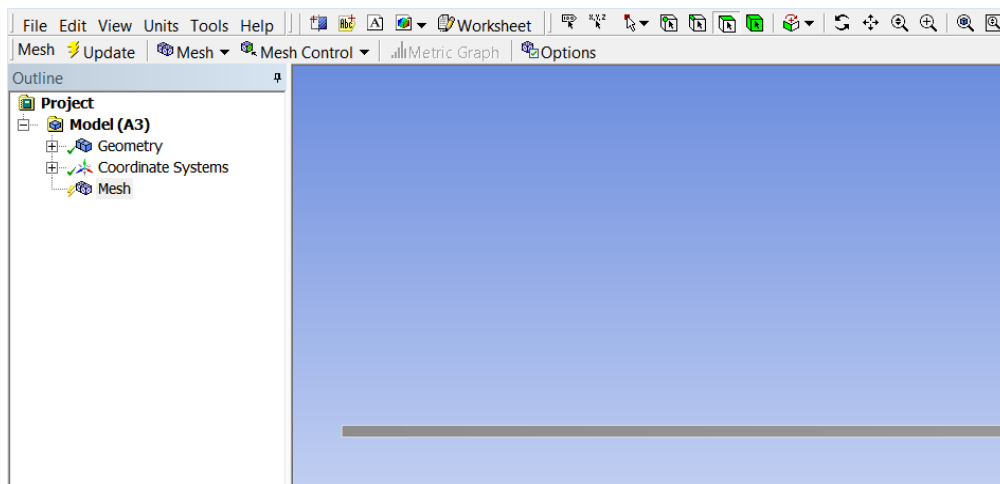
Zavrite okno *Graphics*. Stav riešenia úlohy v *Project Schematic* teraz vyzerá takto



Uložte aktuálny stav riešenia úlohy postupom *File, Save As*, otvorením pracovného adresára, nazvaním úlohy *Prenos_teplo1* a uložením príkazom *Save*. Vytvorí sa súbor na spúšťanie úlohy *Prenos_teplo1.wbpj* a ďalšie s úlohou súvisiace súbory.

22.7.2 Tvorba siete a klasifikácia jej okrajov

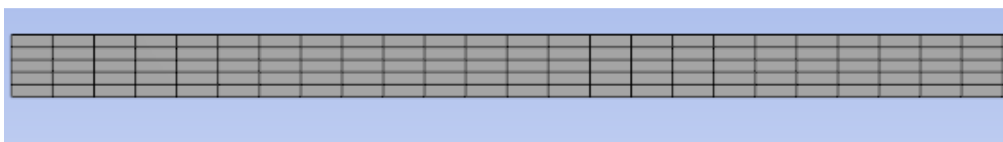
Dvakrát kliknite na *Mesh* a trpezlivo počkajte kým sa otvorí okno pre tvorbu siete buniek s obrázkom tvoriacej plochy potrubia. Zatvorte tabuľku *Meshing Options* a kliknite v *Outline* na Mesh . Potrebnú časť obrázka zväčšujte pomocou alebo pomocou pravého tlačítka myši.



Zvoľte *Mesh Control* a otvorte *Sizing*. Teraz treba zadať hustotu delenia na všetkých hranách (čiarami) oblasti. Prepnete filter na ukazovanie čiary a so stlačenou klávesou *Ctrl* kliknutím označte obe dlhšie strany obdĺžnika (musia sa pri tom sfarbiť). V *Details* okne kliknite riadok *Geometry* a povrdte označené hrany s *Apply*. Zmeňte *Behavior* na *Hard* (aby editor presne dodržal počet delení čiar) a *Type* na *Number of Divisions*. Zadajte 500 delení a potvrdte s *Enter*.

Kratšie strany podelte rovnakým spôsobom. V *Mesh Control* a otvorte nové *Sizing* a zvoľte na oboch kratších stranách 5 delení, čím sa dodrží potrebná hodnota y^+ .

V *Mesh Control* zvoľte metódu *Mapped Face Meshing*, kliknite na obraz potrubia (plocha sa vysvieti) a v *Details of Sizing* po kliknutí v riadku *Geometry* potvrdte vybranú oblasť s *Apply*. Tým je delenie oblasti kompletne pripravené a treba už len zadať príkaz na vytvorenie siete. Otvorte v príkazovom riadku Mesh a zvoľte *Generate Mesh*. Po prebehnutí editácie zviditeľníte sieť kliknutím Mesh v *Outline* okne. Na jej zväčšenie použite *Zoom* . Pri postupnom zväčšovaní siete a porovnaní s dĺžkovým merítkom je vidieť, že šírka bunky pri stene je rovná 3 mm.

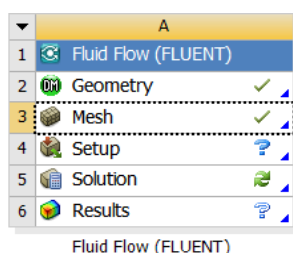


Ak sa pri tvorbe siete niektorý krok nevydaril, alebo nie ste spokojní s delením, možno každý *Sizing*, prípadne i *Mesh*, kliknúť pravým tlačítkom myši a po vymazaní vytvoriť znovu. Môžete tiež načítať uloženú geometriu a zopakovať celý postup tvorby siete.

Po vytvorení siete sa v okne *Meshing* robí aj klasifikácia všetkých okrajových čiar (pri 2D úlohe), resp. plôch (pri 3D úlohe), ako príprava pre zadávanie okrajových podmienok vo *Fluente*. Riešime rotačne symetrickú úlohu, ktorá vznikne rotáciou vytvorených čiar a buniek okolo osi rotácie a na obdĺžniku teda treba označiť os rotácie, ďalej čiaru, z ktorej vznikne valcová stena a čiaru, z ktorých sa vytvorí kruhová plocha vstupu a výstupu prúdiacej vody. Horná čiara obdĺžnika bude stena, dolná – je os rotácie, ľavá strana bude vstup a pravá výstup.

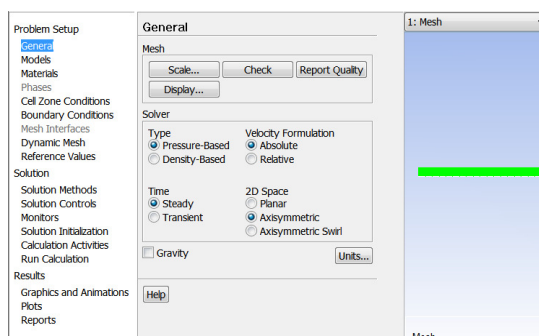
Kliknite ľavým a potom pravým tlačítkom myši ľavú stranu obdĺžnika (ukazovací filter musí byť nastavený na čiaru) a v tabuľke otvorte *Create Named Selection*, názov prepíšte na *vstup* a potvrdte s OK. Rovnakým postupom nazvite pravú stranu *vystup*, hornú stranu *stena* a dolnú *os*.

Zatvorte *Meshing* Okno a v skupine príkazov *Workbench* kliknite príkaz  **Update Project**, čím pripravíte úlohu pre program *Fluent*. Uložte úlohu príkazom *Save*. Stav riešenia by mal teraz vyzeráť takto



22.7.3 Zadanie úlohy vo *Fluente*

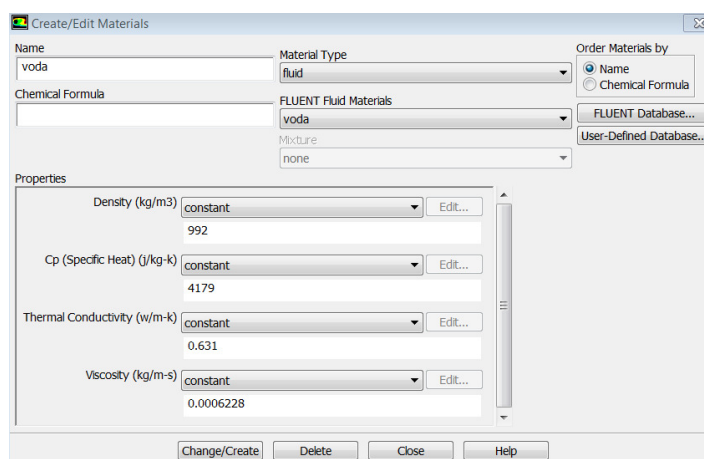
Otvorte *Fluent* dvojitém kliknutím na *Setup* a úvodné okno po zvolení dvojitej presnosti čísiel (*Double Precision*) zatvorte s OK. Otvorí sa pracovné okno programu, kde v časti *2D Space* zvolíte *Axisymmetric*



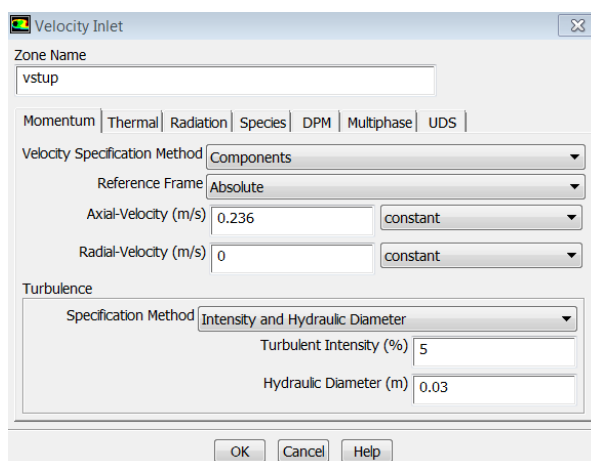
V okne *General* môžete spustiť kontrolu siete (*Check*); vo výpise zoznamu kontrol by sa nemali objaviť žiadne závady. Je užitočné urobiť tiež kontrolu označenia okrajov oblasti pomocou *Display*. Mali by sa tam objaviť názvy okrajových čiar *vstup*, *vystup*, *os* a *stena*.

Vo voľbách *Models* treba vysvietiť *Viscous-Laminar* a pomocou *Edit* zvoliť turbulentný *k-epsilon* model. Objaví sa okno pre zadanie jeho parametrov, ktoré sme stručne opísali vyššie pri informácii o tomto modeli; presvedčte sa, či je zapnuté *Standard Wall Functions* a zavrite ho s OK bez ďalšej zmeny. Zapnite tiež *Energy* cez *Edit* a *Energy Equation* na *On*.

Ďalej zvolte zadanie vlastností tekutiny (*Materials*), kde vysviette *Fluid* a zvolte *Create/Edit*. Zmeňte *Name* na *voda*, *Density* na 992, *C_p* na 4179, *Thermal Conductivity* na 0.631 a *Viscosity* na 0.0006228, potvrdte zmeny s *Change/Create* a zavrite okno s *Close*. (Vo Flunte pravdepodobne budete musieť používať desatinnú bodku; treba si zadanie overiť opätovným otvorením.)



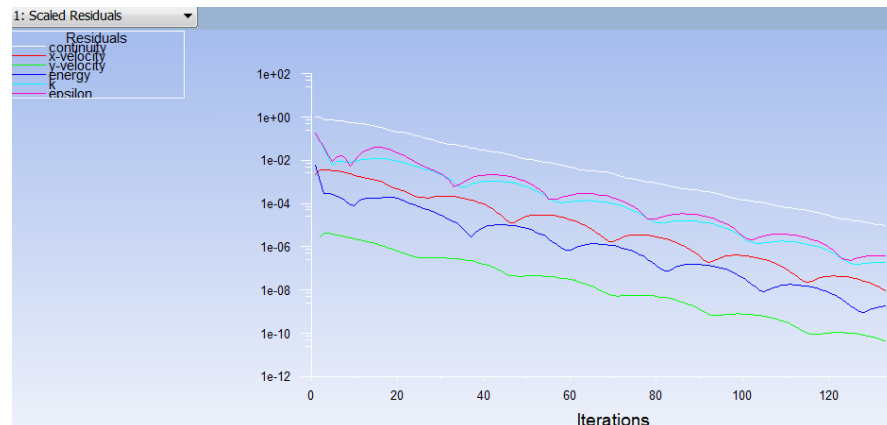
V okne *Boundary Conditions* zvolte *os*, jej *Type* zmeňte na *axis* a potvrdte. Analogicky označte *vystup* ako *pressure-outlet* s *Gauge Pressure* = 0. Zvolte *stenu* a ponechajte ju ako *wall*, zvolte *Thermal* a zadajte *Heat Flux* = 73000, potvrdte s OK. Pre *vstup* zvolte *velocity-inlet*, vo *Velocit Specification Method* zvolte *Components* a zadajte *Axial-Velocity* = 0.236. Pre turbulentné okrajové podmienky v *Specification Method* zvolte *Intensity and Hydraulic Diameter* s hodnotami *Turbulent Intensity* = 5, *Hydraulic Diameter* = 0.03. V *Thermal* zadajte *Temperature* = 15 a zatvorte okno s OK.



V *Solution Methods* zmeňte nastavenia od *Momentum* až po *Energy* na *Second Order Upwind*.

V okne *Monitors* po voľbe *Residuals – Print, Plot* a *Edit* konvergenčné kritériá zmeňte na 0.00001 a potvrdte s *OK*.

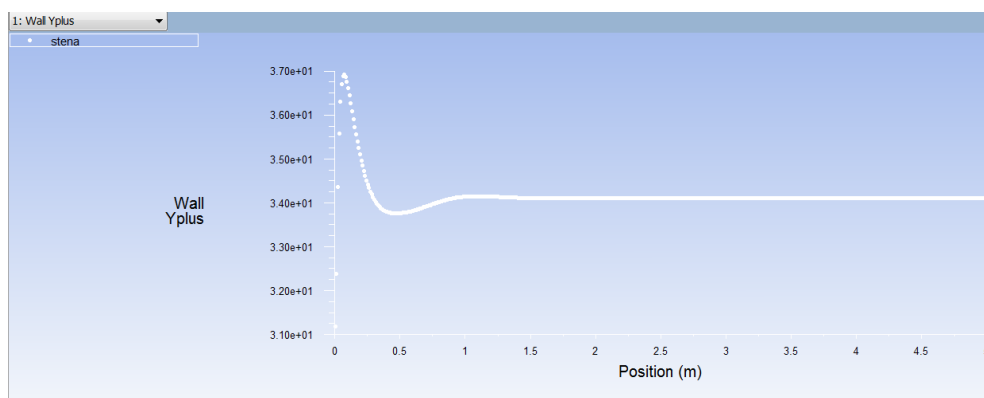
V *Solution Initialization* zadajte pre *Compute from*: *vstup* a kliknite na *Initialize*. Otvorte *Run Calculation* zadajte *Number of Iterations* = 500 a odštartujte výpočet s *Calculate* (dvojitým kliknutím). Priebeh zvyškových hodnôt primárnych premenných ukáže monitor



22.7.4 Analýza výsledkov (Fluent + CFD-Post)

Postprocesor *Fluentu* je schopný poskytnúť množstvo výsledkov, ktoré ilustrujú teóriu prenosu tepla v kruhovom potrubí pri konštantnom tepelnom toku alebo sa dajú porovnať s analytickým riešením a sú vo voľbách *Plots, Graphics and Animations, Reports* intuitívne spracovateľné. Niektoré možnosti sme ukázali v príklade 22.1. Týmto spôsobom skontrolujeme len priebeh normalizovanej bezrozmernej vzdialenosti ťažísk najbližších buniek od steny y^+ , ktorá by vzhľadom na využitie štandardných stenových funkcií mala spĺňať podmienku $y^+ \geq 30$.

Zvoľte v *Results Plots, XY Plot, Set Up ...*, v *Y Axis Function* vyznačte *Turbulence ...*, a *Wall Yplus*. V *Surfaces* vyznačte *stena* a kliknite *Plot*

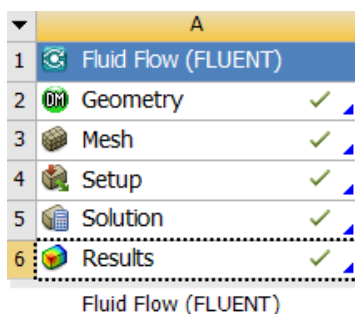


Podmienka je, ako vidieť splnená.

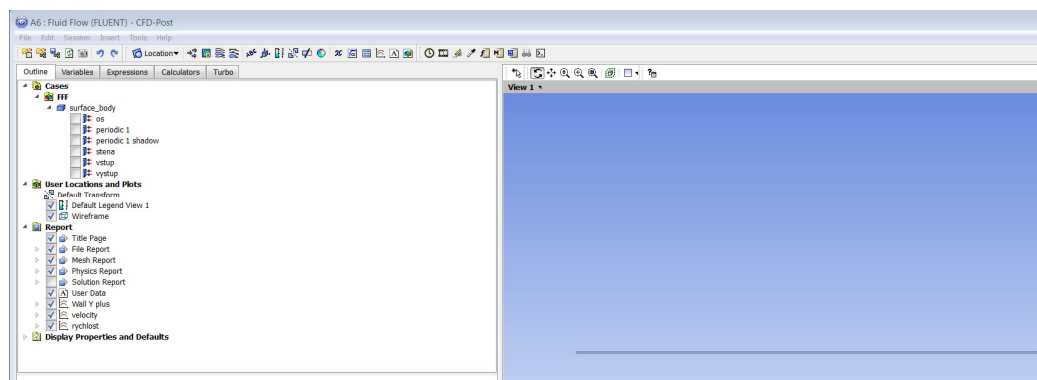
Ďalej si graficky ukážeme kontúrové zobrazenie teploty po priereze vnútrajšku potrubia. Pre zaujímavosť, i keď je to trochu komplikovanejšie ako priamo vo *Fluente*, si to ukážeme

v postprocesore *CFD-Post*, ktorý ponúka množstvo elegantných možností spracovania výsledkov pre uverejnenie v správe o výpočte alebo v prezentácii výsledkov výpočtu.

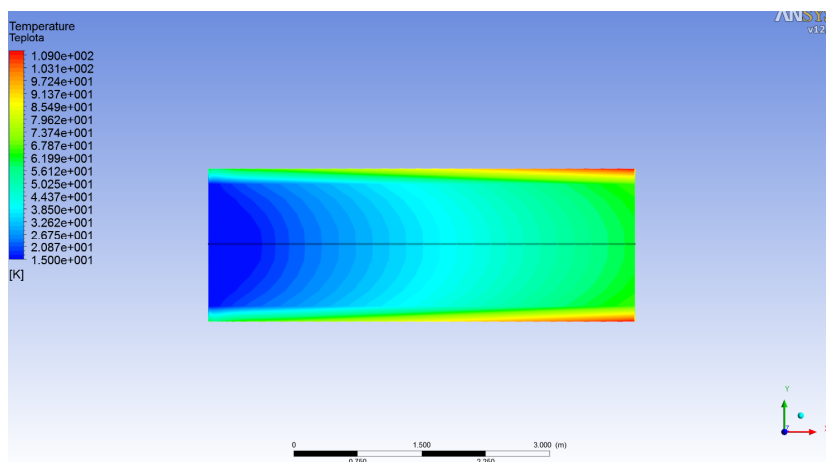
Najprv Postprocesor otvoríme dvojitým kliknutím na *Results* v *Project Schematic* okne



Otvorí sa pracovná plocha programu *CFD-Post* s vyšetrovanou oblasťou a načítanými aktuálnymi výsledkami výpočtu



V ikonovej ponuke príkazov kliknite kontúry , nazvite ich *Teplota* a zatvorte s *OK*. Otvorí sa *Geometry* v okne *Details of Teplota*. Zvoľte v *Locations* *periodic 1*, vo *Variable*, *Temperature* a tiež *# of Contours* = 50. Ďalej otvorte *View*, zvoľte v *Apply* > *Reflection Method* = *ZX Plane* a v *Apply Scale* > *Scale* = 1, 60, 1. (Potrubie sa v smere *y* 60krát zväčší). Obrázok kontúrov s legendou hodnôt sa vykreslí po kliknutí *Apply*.



Najväčšia teplota steny je na výstupe o veľkosti 109 °C.

Na záver vykreslíme graf priebehu teploty vody pozdĺž potrubia tesne pri stene. Zvolíme polohu nezávislej premennej *x* na stene potrubia vo forme úsečky: Zvoľte *Insert*, *Location*, *Line*,

ponechajte názov *Line 1*, OK. V *Details of Line 1* zvolíte *Point 2 = 5, 0.015, 0* ; *Samples = 30*; Apply. Ďalej zvolíte *Insert, Chart, Name = Chart 1*, OK. V *Details of Chart 1* zadajte *Title = Teplota vody pri stene*, v *Data Series > Location = Line 1*, v *X Axis > Variable = X*, v *Y Axis > Variable = Wall Adjacent Temperature*, v *Line Display > Symbols = Rectangle*, Apply

